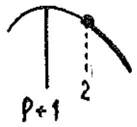
2015年度　センター試験 数学ⅠA（本試験）　ワンポイント解説

第1問

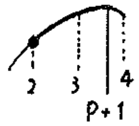
$y=-(x-1)^2+3$ より 頂点は $(1,\ 3)$

(1) $f(x)=-\{x-(p+1)\}^2+3+q$ －(＊)



最大値が $f(2)$ となるのは $p+1 \leqq 2$ のとき

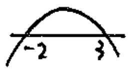
∴ $p \leqq 1$



最小値が $f(2)$ となるのは $p+1 \geqq 3$ のとき

∴ $p \geqq 2$

(2)



$y=f(x)$

$f(x)>0$ の解が $-2<x<3$ より

$f(x)=-(x+2)(x-3)=-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{25}{4}$

(＊)と比較して

$p+1=\frac{1}{2}$，$3+q=\frac{25}{4}$　∴ $p=-\frac{1}{2}$，$q=\frac{13}{4}$

第2問

[1]

(1) $(p_1$かつ$p_2) \Rightarrow (q_1$かつ$q_2)$ の対偶は

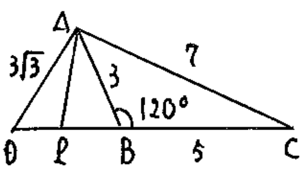
$\overline{(q_1かつq_2)} \Rightarrow \overline{(p_1かつp_2)}$　∴ $\overline{q_1}$または$\overline{q_2} \Rightarrow \overline{p_1}$または$\overline{p_2}$

(2) p_1かつp_2 をみたすのは 3，5，11，17，29

$\overline{q_1}$かつq_2 をみたすのは 5，11，17，23

よって、反例は 3と29

[2]



図において、

余弦定理より $AC^2=3^2+5^2-2\cdot3\cdot5\cos120°$　∴ $AC=7$

また、$\angle ABC=120°$より $\sin\angle ABC=\frac{\sqrt{3}}{2}$

正弦定理より

$\frac{3}{\sin C}=\frac{7}{\sin 120°}$　∴ $\sin\angle BCA=\frac{3\sqrt{3}}{14}$

△APCの外接円の半径R

正弦定理より $\frac{AP}{\sin C}=2R$　よって $R=\frac{7}{3\sqrt{3}}AP$ であり

APが最小となるのは $AP\perp CP$ のときで、このとき $AP=\frac{3\sqrt{3}}{2}$　∴ $R=\frac{7}{2}$

APが最大となるのは $P=D$ のときで、このとき $AP=AD=3\sqrt{3}$　∴ $R=7$

よって、$\frac{7}{2} \leqq R \leqq 7$

第3問

[1]

(1) 第3四分位数は21人目から40番目の中央値であり、

ヒストグラムよりこれが含まれるのは 25m以上30m未満となる。

(2) まず、第3四分位数が25~30にない ⓪，②，③ が矛盾しており

第1四分位数をヒストグラムから求めると15~20となるので ⑤ も矛盾する。

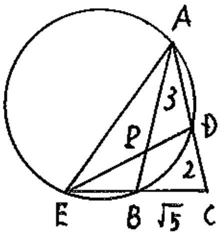
		(3) A−a：全生徒の記録が下がっているにもかかわらず、第1四分位数が上がっている C−c：上位$\frac{1}{3}$の記録が伸びているにもかかわらず、最大値が下がっている ∴矛盾するのは⓪と②
	[2]	相関係数は $\dfrac{54.30}{8.21\times 6.98} \fallingdotseq \underline{0.95}$
第4問		(1) 左端は3通り、あとは2通りずつあるので $3\times2\times2\times2\times2=$ 48通り (2) 中央の塗り方が3通り、左側2枚の塗り方が $2\times2=4$ 通りあるので $3\times4=$ 12通り (3) 青3枚の間に黄2枚と、黄3枚の間に青2枚の 2通り (4) 赤3枚の間を他の色で塗ればよいので $2\times2=$ 4通り (5) ・どちらかの端が赤 → どちらの端かで2通り、残り4枚の塗り方が2通りあるので $2\times2=$ 4通り ・端以外の1枚が赤 → どこが赤かで3通り、残り4枚の塗り方が4通りあるので $3\times4=$ 12通り よってこれらを加えて赤が1枚となるのは $4+12=$ 16通り (6) 赤が2枚となるのは 全体−(赤0枚＋赤1枚＋赤3枚) $=48-(2+16+4)=$ 26通り
第5問		(1) $a=756=\underline{2^2\times3^3\times7}$ より aの正の約数の個数は $(2+1)(3+1)(1+1)=\underline{24}$個 (2) $\sqrt{am}=\sqrt{2^2\times3^3\times7\times m}$ が自然数となる最小のmは、$m=3\times7=\underline{21}$ また $m=21k^2$ のとき $\sqrt{am}=\sqrt{2^2\times3^3\times7\times21k^2}=2\cdot3^2\cdot7k=\underline{126k}$ (3) $126k-11\ell=1$ ―① $\left.\begin{array}{l}126=11\times11+5\\ 11=5\times2+1\end{array}\right\}$ より $126\cdot(-2)-11\cdot(-23)=1$ ―② ①−②より $126(k+2)-11(\ell+23)=0$ よって $\begin{cases}k=11n-2\\ \ell=126n-23\end{cases}$ (n：整数) $k>0$, $\ell>0$ で最小となるのは $n=1$ のときで、このとき $\underline{k=9,\ \ell=103}$

(4) (2)、(3)より

$\sqrt{am} = 126k = 11\ell + 1$

よって $k = 9$ のとき $\sqrt{am}$ は最小で、$m = 21 \times k^2 = 1701$

第6問



図において、

方べきの定理より

$CB \cdot CE = CD \cdot CA = 2 \cdot 5 = 10$

よって、$\sqrt{5}\,CE = 10$ より $CE = 2\sqrt{5}$

$\therefore BE = CE - CB = \sqrt{5}$

$\triangle ACE$ の重心Gより $AG = \frac{2}{3}AB = \frac{2}{3} \times 5 = \frac{10}{3}$

ABとDEの交点P

メネラウスの定理より

$\frac{AC}{AD} \times \frac{BE}{BC} \times \frac{DP}{EP} = 1 \quad \therefore \frac{DP}{EP} = \frac{3}{5}$ —①

$\triangle ABC \sim \triangle EDC$ より

$AB : AC = ED : EC \quad \therefore DE = 2\sqrt{5}$ —②

①、②より

$EP = \frac{5}{8}DE = \frac{5\sqrt{5}}{4}$