

2014年度 センター試験 数学I・A (本試験) ワンポイント解説

<p>第1問</p>	<p>[1]</p>	<p>(1) $a = \frac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{2}}, b = \frac{1-\sqrt{3}}{1-\sqrt{2}}$ より</p> $ab = 2, a+b = \frac{2(-1+\sqrt{6})}{1-\sqrt{2}}$ <p>∴ $a^2+b^2 = (a+b)^2 - 2ab = \frac{8(3-\sqrt{6})}{1-\sqrt{2}}$</p> <p>(2) $ab = 2$ より $b = \frac{2}{a}$</p> <p>∴ $a^2+b^2+4(a+b) = 16$ に代入すると</p> $a^4+4a^3-16a^2+8a+4 = 0$ が得られる。 <p>[2] (1) $5 < \sqrt{n} < 6$ より $25 < n < 36$ ∴ \cup の要素は <u>10個</u></p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="border: none;">$P = \{28, 32\}$</td> <td style="border: none;">$\bar{P} = \{26, 27, 29, 30, 31, 33, 34, 35\}$</td> <td rowspan="4" style="border: none; vertical-align: middle;">} - (*)</td> </tr> <tr> <td style="border: none;">$Q = \{30, 35\}$</td> <td style="border: none;">$\bar{Q} = \{26, 27, 28, 29, 31, 32, 33, 34\}$</td> </tr> <tr> <td style="border: none;">$R = \{30\}$</td> <td style="border: none;">$\bar{R} = \{26, 27, 28, 29, 31, 32, 33, 34, 35\}$</td> </tr> <tr> <td style="border: none;">$S = \{28, 35\}$</td> <td style="border: none;">$\bar{S} = \{26, 27, 29, 30, 31, 32, 33, 34\}$</td> </tr> </table> <p>(2) (*) より $P \cap R$ と $R \cap \bar{Q}$ (①, ④) は空集合となる。</p> <p>(3) ①: $P \cup R = \{28, 30, 32\}$ ②: $S \cap \bar{Q} = \{28\}$ ③: $\bar{Q} \cap \bar{S} = \bar{Q} \cup \bar{S} = \{26, 27, 29, 31, 32, 33, 34\}$ ④: $\bar{R} \cap \bar{S} = \bar{R} \cup \bar{S} = \{26, 27, 29, 31, 32, 33, 34\}$</p> <p>∴ $S \cap \bar{Q} \subset P$ と $\bar{R} \cap \bar{S} \subset \bar{Q}$ (①, ④) は成立する</p>	$P = \{28, 32\}$	$\bar{P} = \{26, 27, 29, 30, 31, 33, 34, 35\}$	} - (*)	$Q = \{30, 35\}$	$\bar{Q} = \{26, 27, 28, 29, 31, 32, 33, 34\}$	$R = \{30\}$	$\bar{R} = \{26, 27, 28, 29, 31, 32, 33, 34, 35\}$	$S = \{28, 35\}$	$\bar{S} = \{26, 27, 29, 30, 31, 32, 33, 34\}$
$P = \{28, 32\}$	$\bar{P} = \{26, 27, 29, 30, 31, 33, 34, 35\}$	} - (*)									
$Q = \{30, 35\}$	$\bar{Q} = \{26, 27, 28, 29, 31, 32, 33, 34\}$										
$R = \{30\}$	$\bar{R} = \{26, 27, 28, 29, 31, 32, 33, 34, 35\}$										
$S = \{28, 35\}$	$\bar{S} = \{26, 27, 29, 30, 31, 32, 33, 34\}$										
<p>第2問</p>		<p>$y = x^2 + 2ax + 3a^2 - 6a - 36$ $= (x+a)^2 + 2a^2 - 6a - 36$ より、頂点 $(-a, 2a^2 - 6a - 36)$</p> <p>(1) y 軸との交点が -27 より</p> $3a^2 - 6a - 36 = -27$ $(a-3)(a+1) = 0 \quad \therefore a = 3, -1$ <p>$a = 3$ のとき $y = (x+3)^2 - 36$ $a = -1$ のとき $y = (x-1)^2 - 28$</p> <p>∴ $a = 3$ のときのグラフを x 軸方向に 4、y 軸方向に 8 だけ平行移動すると $a = -1$ のときのグラフと一致する。</p>									

(2) Gがx軸と交点を持つとき

頂点のy座標 $2a^2 - 6a - 36 \leq 0$ より

$$(a+3)(a-6) \leq 0 \quad \therefore -3 \leq a \leq 6$$

よって $P = 3a^2 - 6a - 36 = 3(a-1)^2 - 39$ ($-3 \leq a \leq 6$) より

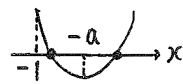
Pは $a=1$ で最小値 -39 , $a=6$ で最大値 36 となる

Gのx軸との交点のx座標が-1より大となるのは

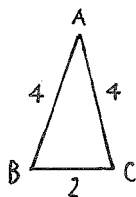
$$\begin{cases} \text{頂点のy座標} \leq 0 \text{ より } -3 \leq a \leq 6 \\ \text{頂点のx座標} > -1 \text{ より } a < 1 \\ x = -1 \text{ のとき } y > 0 \text{ より } a < -\frac{7}{3}, 5 < a \end{cases}$$

これらの共通部分より

$$-3 \leq a < -\frac{7}{3}$$



第3問



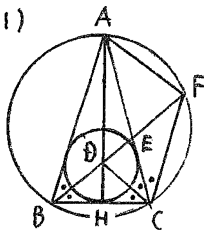
余弦定理を用いて

$$CA = 4 \quad \cos \angle BAC = \frac{7}{8} \quad \therefore \sin \angle BAC = \frac{\sqrt{15}}{8}$$

外接円の半径をRとすると

$$\text{正弦定理を用いて } R = \frac{8\sqrt{15}}{15}$$

(1)



2等分線の定理より

$$BA : BC = AE : EC = 2 : 1$$

$$\therefore AE = \frac{2}{3} AC = \frac{8}{3}$$

よって $\triangle ABE$ に余弦定理を用いて $BE = \frac{2\sqrt{10}}{3}$

$$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{15}, \quad AD : DH = AB : BH = 4 : 1 \text{ より}$$

(2等分線の定理)

$$DH = \frac{1}{5} AH = \frac{\sqrt{15}}{5}$$

$$\therefore BD = \sqrt{DH^2 + BH^2} = \frac{2\sqrt{10}}{5}$$

(2) $\triangle EBC \sim \triangle EAF$ より

$$\frac{\triangle EBC}{\triangle EAF} = \left(\frac{BE}{AE}\right)^2 = \frac{5}{8}$$

(3) $\angle ABF = \angle CBF$ より $FA = FC$

$\angle FCD = \angle FDC$ より $FC = FD$

$$\therefore FA = FC = FD \quad (\text{㊸})$$

第4問

(1) $\swarrow 2 \downarrow 2$ の並べ方で $\frac{4!}{2!2!} = 6$ 通り

(2) $\swarrow 1 \downarrow 1 \searrow 1$ の並べ方で $3! = 6$ 通り

(3) $A \rightarrow C, C \rightarrow B$ とともに6通りであるから $6 \times 6 = 36$ 通り
6回の移動の仕方全体は 6^6 通りあるから 確率は $\frac{36}{6^6} = \frac{1}{1296}$

(4) 1の矢印の移動を含むものは

1が1回, 4が5回であるから $\frac{6!}{5!} = 6$ 通り - ①

2の矢印の移動を含むものは

2が1回, 5が1回, 4が4回であるから $\frac{6!}{4!} = 30$ 通り - ②

6の矢印の移動を含むものは 30通り - ③

上記以外の場合, 4の矢印の移動は2回あり

3残り, 5がそれぞれ2回あるので

移動の仕方 $\frac{6!}{2!2!2!} = 90$ 通り - ④

① + ② + ③ + ④ より

6回移動してDにいる移動の仕方 156 通り