[4] ワンポイント解説

第1問	[1]	(1) $\underline{\boldsymbol{-2 \leqq x \leqq 1}}$ (2) $\underline{\boldsymbol{\dfrac{-1-a}{2} \leqq x \leqq \dfrac{-1+a}{2}}}$ (3) $a=3$ のとき，(1) より，$-2 \leqq x \leqq 1$ これを満たす整数 x の個数は $\underline{\boldsymbol{N=4}}$ $a=4$ のとき，$\dfrac{-5}{2} \leqq x \leqq \dfrac{3}{2}$ $a=5$ のとき，$-3 \leqq x \leqq 2$ N が初めて 4 より大きくなるのは，$\underline{\boldsymbol{a=5}}$
	[2]	(1) $p: m>k$ または $n>k$ の否定は，**② $\overline{p}: m \leqq k$ かつ $n \leqq k$** (2) 「または」のまま考えるより，対偶をとることにより「かつ」で考える方が簡単 (i) $\overline{p}: m \leqq 1$ かつ $n \leqq 1$ （m，n は自然数であるから，$m=1$ かつ $n=1$） $\overline{q}: mn \leqq 1$ （m，n は自然数であるから，$m=1$ かつ $n=1$） $\overline{p}$ と $\overline{q}$ は同値であるから，p と q も同値 p は q であるための **⓪ 必要十分条件である** (ii) $\overline{p}: m \leqq 2$ かつ $n \leqq 2$ $\overline{q}: mn \leqq 4$ $\overline{r}: mn \leqq 2$ 「$\overline{r} \Longrightarrow \overline{p}$」は真であるから，「$p \Longrightarrow r$」も真 p は r であるための **② 十分条件であるが，必要条件でない** 「$\overline{p} \Longrightarrow \overline{q}$」は真であるから，「$q \Longrightarrow p$」も真 p は q であるための **① 必要条件であるが，十分条件でない**

第2問

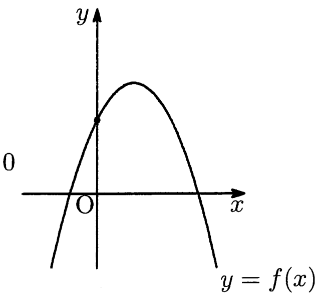
$G : y = -x^2 + (2a+4)x + b = -\{x-(a+2)\}^2 + a^2 + 4a + b + 4 \cdots$ ①

① のグラフ G の頂点 P $\underline{\boldsymbol{(a+2,\ a^2+4a+b+4)}}$

P が直線 $y = -4x - 1$ 上にあるとき，P の座標を直線の式に代入して

$\underline{\boldsymbol{b = -a^2 - 8a - 13}}$

このとき，$G : y = f(x) = -\{x-(a+2)\}^2 - 4a - 9$ とする



(1) G が x 軸と異なる 2 点で交わるとき，(P の y 座標) > 0

$\underline{\boldsymbol{a < \dfrac{-9}{4}}}$

G が x 軸の正の部分と負の部分の両方で交わるとき，$f(0) > 0$

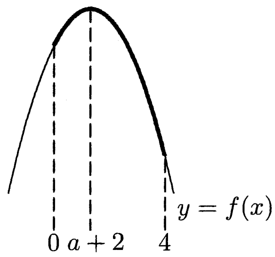
$\underline{\boldsymbol{-4-\sqrt{3} < a < -4+\sqrt{3}}}$

(2) (イ) $a + 2 \leqq 2$ のとき ($a \leqq 0$)

$x = 4$ で $f(x)$ は最小

最小値 $f(4) = -a^2 - 13 = -22$ となるのは，$\underline{\boldsymbol{a = -3}}$

このとき，$y = -(x+1)^2 + 3 \cdots$ ①′，頂点 $\mathrm{P}_1\,(-1,\ 3)$

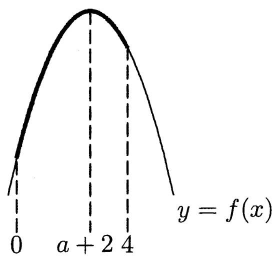


(ロ) $2 \leqq a + 2$ のとき ($0 \leqq a$)

$x = 0$ で $f(x)$ は最小

最小値 $f(0) = -a^2 - 8a - 13 = -22$ となるのは，$\underline{\boldsymbol{a = 1}}$

このとき，$y = -(x-3)^2 - 13 \cdots$ ①″，頂点 $\mathrm{P}_2\,(3,\ -13)$



①″ は $x = 3$ で最大値 $\underline{\boldsymbol{-13}}$

P_1，P_2 の座標に着目し，

①′ を x 軸方向に $\underline{\boldsymbol{4}}$，$y$ 軸方向に $\underline{\boldsymbol{-16}}$ だけ平行移動すると

①″ に一致する

第3問

ABの中点をD，$\angle ABC = \theta$ とすると，直角三角形ABDにおいて，

$$\cos\theta = \frac{BD}{AB} = \underline{\mathbf{\frac{1}{3}}},\quad \sin\theta = \frac{AD}{AB} = \underline{\mathbf{\frac{2\sqrt{2}}{3}}}$$

△ABCの面積は，$S = \dfrac{1}{2}\cdot BC \cdot AD = \underline{\mathbf{2\sqrt{2}}}$

△ABCの内接円Iの半径は，$r = \dfrac{2S}{BC+CA+AB} = \underline{\mathbf{\dfrac{\sqrt{2}}{2}}}\ (= ID)$

直角三角形IBDにおいて，$IB = \sqrt{BD^2 + ID^2} = \underline{\mathbf{\dfrac{\sqrt{6}}{2}}}$

(1) △BPQの外接円Oの直径は，正弦定理より，$2R = \dfrac{PQ}{\sin\theta} = \underline{\mathbf{\dfrac{\sqrt{2}}{2}}}$

IOと$r+R$，$r-R$の大小に着目し，

円Iと円Oは **③ 異なる2点で交わる**

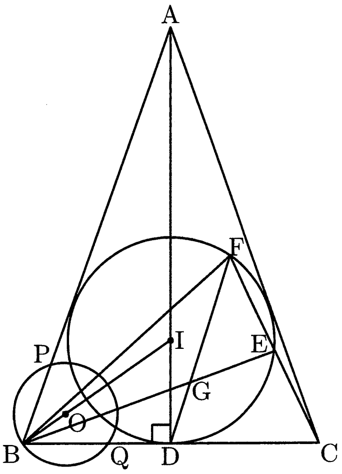
(2) 円Iにおいて，方べきの定理より，$CE\cdot CF = CD^2$

$\therefore\ CE = \underline{\mathbf{\dfrac{\sqrt{2}}{2}}}$，$EF = CF - CE = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

EはCFの中点であるから，$\dfrac{EF}{CE} = \underline{\mathbf{1}}$

△BCFにおいて，Gは中線BEと中線FDの交点であるから重心である

$\therefore\ \dfrac{GM}{CG} = \underline{\mathbf{\dfrac{1}{2}}}$



第4問

9枚から5枚選ぶ選び方は，${}_9C_5 = $ **126通り**

(1) 番号5を含むのは，残り8枚からあと4枚選ぶ選び方で，${}_8C_4 = $ **70通り**

番号5を含まないのは，$126 - 70 = $ **56通り**

(2) 取り出すカードを番号が小さい順に $\boxed{A}$，$\boxed{B}$，$\boxed{C}$，$\boxed{D}$，$\boxed{E}$ とする

得点が2点となるのは，$\boxed{A}$ を番号1から番号4より1枚選び，

$\boxed{C}$ ～ $\boxed{E}$ を番号6から番号9より3枚選び，${}_4C_1\cdot{}_4C_3$ 通り

以下，同様にして，

得点	0	1	2	3	4	5
確率	$\frac{56}{126}$	$\frac{{}_4C_4}{126}$	$\frac{{}_4C_1\cdot{}_4C_3}{126}$	$\frac{{}_4C_2\cdot{}_4C_2}{126}$	$\frac{{}_4C_3\cdot{}_4C_1}{126}$	$\frac{{}_4C_4}{126}$

0点，1点，2点，3点となる確率は，順に $\underline{\mathbf{\frac{4}{9}}}$，$\underline{\mathbf{\frac{1}{126}}}$，$\underline{\mathbf{\frac{8}{63}}}$，$\underline{\mathbf{\frac{2}{7}}}$

得点の期待値は，$\underline{\mathbf{\dfrac{5}{3}}}$