[4] ワンポイント解説

第1問	[1]	(1) $\boldsymbol{-2 \leqq x \leqq 1}$
		(2) $\boldsymbol{\dfrac{-1-a}{2} \leqq x \leqq \dfrac{-1+a}{2}}$
		(3) $a=3$ のとき，(1) より，$-2 \leqq x \leqq 1$
		これを満たす整数 x の個数は $\boldsymbol{N=4}$
		$a=4$ のとき，$\dfrac{-5}{2} \leqq x \leqq \dfrac{3}{2}$
		$a=5$ のとき，$-3 \leqq x \leqq 2$
		N が初めて 4 より大きくなるのは，$\boldsymbol{a=5}$
	[2]	(1) $p: m>k$ または $n>k$ の否定は，**② $\boldsymbol{\overline{p}: m \leqq k}$ かつ $\boldsymbol{n \leqq k}$**
		(2)「または」のまま考えるより，対偶をとることにより「かつ」で考える方が簡単
		(i) $\overline{p}: m \leqq 1$ かつ $n \leqq 1$　(m，n は自然数であるから，$m=1$ かつ $n=1$)
		$\overline{q}: mn \leqq 1$　(m，n は自然数であるから，$m=1$ かつ $n=1$)
		$\overline{p}$ と $\overline{q}$ は同値であるから，p と q も同値
		p は q であるための **⓪ 必要十分条件である**
		(ii) $\overline{p}: m \leqq 2$ かつ $n \leqq 2$
		$\overline{q}: mn \leqq 4$
		$\overline{r}: mn \leqq 2$
		「$\overline{r} \Longrightarrow \overline{p}$」は真であるから,「$p \Longrightarrow r$」も真
		p は r であるための **② 十分条件であるが，必要条件でない**
		「$\overline{p} \Longrightarrow \overline{q}$」は真であるから,「$q \Longrightarrow p$」も真
		p は q であるための **① 必要条件であるが，十分条件でない**

第2問		

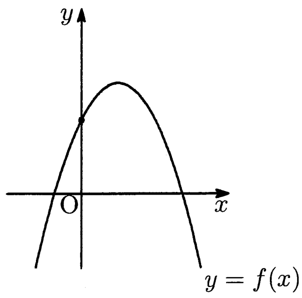
$G: y=-x^2+(2a+4)x+b=-\{x-(a+2)\}^2+a^2+4a+b+4 \cdots$ ①

① のグラフ G の頂点 P $(\boldsymbol{a+2,\ a^2+4a+b+4})$

P が直線 $y=-4x-1$ 上にあるとき，P の座標を直線の式に代入して

$\boldsymbol{b=-a^2-8a-13}$

このとき，$G: y=f(x)=-\{x-(a+2)\}^2-4a-9$ とする



(1) G が x 軸と異なる 2 点で交わるとき，(P の y 座標) >0

$\boldsymbol{a<\dfrac{-9}{4}}$

G が x 軸の正の部分と負の部分の両方で交わるとき，$f(0)>0$

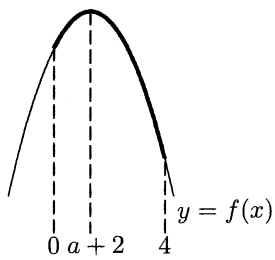
$\boldsymbol{-4-\sqrt{3}<a<-4+\sqrt{3}}$

(2) (イ) $a+2 \leqq 2$ のとき $(a \leqq 0)$

$x=4$ で $f(x)$ は最小

最小値 $f(4)=-a^2-13=-22$ となるのは，$\boldsymbol{a=-3}$

このとき，$y=-(x+1)^2+3 \cdots$ ①′，頂点 $P_1(-1,\ 3)$

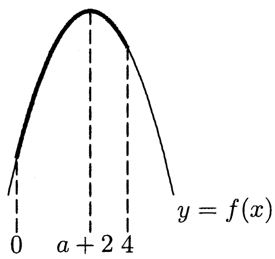


(ロ) $2 \leqq a+2$ のとき $(0 \leqq a)$

$x=0$ で $f(x)$ は最小

最小値 $f(0)=-a^2-8a-13=-22$ となるのは，$\boldsymbol{a=1}$

このとき，$y=-(x-3)^2-13 \cdots$ ①″，頂点 $P_2(3,\ -13)$



①″ は $x=3$ で最大値 $\boldsymbol{-13}$

P_1，P_2 の座標に着目し，

①′ を x 軸方向に $\boldsymbol{4}$，y 軸方向に $\boldsymbol{-16}$ だけ平行移動すると

①″ に一致する

第3問

ABの中点をD，$\angle ABC=\theta$ とすると，直角三角形ABDにおいて，

$$\cos\theta=\frac{BD}{AB}=\underline{\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}},\quad \sin\theta=\frac{AD}{AB}=\underline{\frac{\mathbf{2\sqrt{2}}}{\mathbf{3}}}$$

△ABCの面積は，$S=\frac{1}{2}\cdot BC\cdot AD=\underline{\mathbf{2\sqrt{2}}}$

△ABCの内接円Iの半径は，$r=\frac{2S}{BC+CA+AB}=\underline{\frac{\mathbf{\sqrt{2}}}{\mathbf{2}}}\,(=ID)$

直角三角形IBDにおいて，$IB=\sqrt{BD^2+ID^2}=\underline{\frac{\mathbf{\sqrt{6}}}{\mathbf{2}}}$

(1) △BPQの外接円Oの直径は，正弦定理より，$2R=\frac{PQ}{\sin\theta}=\underline{\frac{\mathbf{\sqrt{2}}}{\mathbf{2}}}$

IOと $r+R$，$r-R$ の大小に着目し，

円Iと円Oは **③ 異なる2点で交わる**

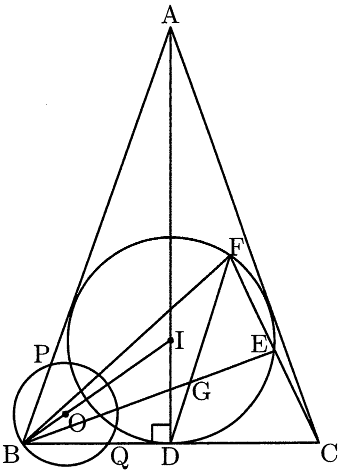
(2) 円Iにおいて，方べきの定理より，$CE\cdot CF=CD^2$

$\therefore\ CE=\underline{\frac{\mathbf{\sqrt{2}}}{\mathbf{2}}}$，$EF=CF-CE=\frac{\sqrt{2}}{2}$

EはCFの中点であるから，$\frac{EF}{CE}=\underline{\mathbf{1}}$

△BCFにおいて，Gは中線BEと中線FDの交点であるから重心である

$\therefore\ \frac{GM}{CG}=\underline{\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}}$



第4問

9枚から5枚選ぶ選び方は，${}_9C_5=$ **126通り**

(1) 番号5を含むのは，残り8枚からあと4枚選ぶ選び方で，${}_8C_4=$ **70通り**

番号5を含まないのは，$126-70=$ **56通り**

(2) 取り出すカードを番号が小さい順に $\boxed{A}$，$\boxed{B}$，$\boxed{C}$，$\boxed{D}$，$\boxed{E}$ とする

得点が2点となるのは，$\boxed{A}$ を番号1から番号4より1枚選び，

$\boxed{C}$ ～ $\boxed{E}$ を番号6から番号9より3枚選び，${}_4C_1\cdot{}_4C_3$ 通り

以下，同様にして，

得点	0	1	2	3	4	5
確率	$\frac{56}{126}$	$\frac{{}_4C_4}{126}$	$\frac{{}_4C_1\cdot{}_4C_3}{126}$	$\frac{{}_4C_2\cdot{}_4C_2}{126}$	$\frac{{}_4C_3\cdot{}_4C_1}{126}$	$\frac{{}_4C_4}{126}$

0点，1点，2点，3点となる確率は，順に $\underline{\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{9}}}$，$\underline{\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{126}}}$，$\underline{\frac{\mathbf{8}}{\mathbf{63}}}$，$\underline{\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{7}}}$

得点の期待値は，$\underline{\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{3}}}$